

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации Хасан Фаза Лафта Хасан "Ограниченные решения одного класса линейных динамических уравнений в квазисоболевых пространствах", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа Хасан Фаза Лафта Хасан посвящена исследованию вопросов существования инвариантных пространств и экспоненциальных дихотомий решений однородного уравнения

$$Lu' = Mu, \quad (1)$$

а также связанных с ними вопросов существования ограниченных решений для неоднородного уравнения

$$Lu' = Mu + g, \quad (2)$$

в квазисоболевых пространствах. В качестве таких пространств берутся квазисоболевы пространства последовательностей. Операторы L , M представимы в виде $L = \sum_{i=0}^n c_i \Lambda^i$, $M = \sum_{i=0}^m d_i \Lambda^i$, где Λ - квазиоператор Лапласа, переводящий последовательность $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots)$ в последовательность $\Lambda \vec{u} = (\lambda_1 u_1, \lambda_2 u_2, \dots)$. Здесь $\{\lambda_i\}$ - стремящаяся к бесконечности последовательность положительных чисел. Исследования подобных задач важны как с точки зрения развития теории (можно сослаться на работы Р.Е. Шоултера (R.E. Showalter), А. Фавини (A. Favini), А. Яги (A. Yagi), И.В. Мельниковой, Г.А. Свиридюка, Т.Г. Сукачевой, В.Е. Федорова и многих других авторов), так и с точки зрения приложений, поскольку дифференциальные уравнения и системы, входящие в класс (1) (класс уравнений соболевского типа) возникают во многих задачах математической физики. Систематическое изучение уравнений, неразрешенных относительно производной начато в работах С.Л. Соболева и продолжается по настоящее время.

Содержание работы. Диссертация построена из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении приводится постановка задачи, ставится цель исследования, описываются методы исследования и обосновывается актуальность, теоретическая и практическая значимость проведенного исследования. Первая глава состоит из четырех параграфов. Она в основном содержит результаты, относящиеся к предварительным сведениям. В параграфе 1.1 приведены определения и понятия, связанные с квазибанаховыми пространствами последовательностей. В параграфе 1.2 рассматриваются функции линейных ограниченных операторов и приводятся их свойства. В параграфе 1.3 описаны относительные резольвенты в квазибанаховых пространствах последовательностей, их свойства, а также доказана относительно спектральная теорема. В параграфе 1.4 доказаны результаты о разрешимости рассматриваемого класса уравнений при различных начальных условиях. Вторая глава состоит из четырех параграфов и содержит результаты о существовании инвариантных подпространств, а также ограниченных на полуоси решений для однородных уравнений (1). В параграфе 2.1 строятся инвариантные подпространства решений изучаемого класса уравнений и доказывается разрешимость одной начально-конечной задачи. В параграфе 2.2 рассматриваются ограниченные на полуоси решения для однородных уравнений (1) исследуемого класса. В параграфе 2.3 рассматривается аналог линеаризованного уравнения Хоффа $(\lambda + \Lambda)u_t = \alpha u + g$ и исследованы вопросы разрешимости некоторых краевых задач для этого уравнения. Показано существование

ограниченных решений на полуоси для уравнения Хоффа при определенных условиях на данные. В параграфе 2.4 приведены решения начальных задач и начально-конечной задачи, а также получены условия существования ограниченных на полуоси решений для однородного аналога уравнения Баренблатта–Желтова–Кочиной. Третья глава состоит из четырех параграфов и содержит теоремы о существовании экспоненциальных дихотомий и ограниченных на всей оси решений. А именно исследуются свойства решений класса уравнений при условии, что многочлены в левой и правой части уравнения (1) имеют одинаковую степень. В параграфе 3.1 доказана теорема о существовании экспоненциальных дихотомий решений для однородных уравнений (1). В параграфе 3.2 построена функция Грина для неоднородного уравнения (2). Параграф 3.3 содержит доказательства теоремы о существовании ограниченного на всей оси решения неоднородного уравнения (2) и теоремы о существовании об ограниченном на полуоси решения такого уравнения. В параграфе 3.4 доказывается существование экспоненциальных дихотомий решений уравнения (1), а также существование ограниченных решений аналога неоднородного уравнения Баренблатта–Желтова–Кочиной в квазисоболевых пространствах на основе результатов третьего параграфа.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. исследована разрешимость различных начальных задач и начально-конечной задачи для указанного класса (1) линейных динамических уравнений;
2. получены условия существования инвариантных пространств решений изучаемых уравнений;
3. исследованы существование дихотомий решений для однородных уравнений в квазисоболевых пространствах;
4. исследованы вопросы существования ограниченных решений для однородных и неоднородных уравнений (2);
5. при помощи полученных результатов изучены свойства решений для аналога уравнения Баренблатта–Желтова–Кочиной и аналога линеаризованного уравнения Хоффа в квазисоболевых пространствах.

Основные методы исследования, применяемые в данной работе, методы функционального и комплексного анализа и теории динамических операторно-дифференциальных уравнений.

Опишем замечания к работе. Отметим, что работа хорошо вычитана и практически не содержит опечаток и неточностей. Изложение продумано и доказательства также не содержат неточностей.

1. На стр. 33 в определении квазиоператора Лапласа считается, что числа λ_k образуют возрастающую последовательность. Это условие сильно сужает классы операторов, поскольку для любого дифференциального оператора это не так. Например, у обычного оператора Лапласа с условиями Дирихле только первое собственное значение простое. Позднее используется квазиоператор Лапласа при других условиях на эту последовательность (см. стр. 45) и значит, скорее всего, условие на эти числа на стр. 33 не точно.

2. На стр. 39 определение проектора P_k записано не совсем верно: часть, которая записана до второго знака равенства верна, а в целом получается неверное равенство.

Замечания, приведенные выше, не влияют на общую положительную оценку работы. Все результаты, выносимую на защиту, являются новыми и получены автором лично. Диссертация представляет собой цельную научную работу на актуальную тему. Она написана ясным языком, все результаты обоснованы. На наш взгляд их можно квалифицировать как решение важной проблемы. Основные результаты подробно опубликованы, авторе-

ферат адекватно отражает содержание диссертации. Поэтому работа Хасан Фаза Лафта Хасан удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой высшей математики
Югорского государственного университета
д.ф.-м.н., профессор

Сей

Пятков Сергей Григорьевич

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Югорский государственный университет"
628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова 16,
Тел. (3467)357508, e-mail: s_pyatkov@ugrasu.ru

